36. LINSSIT JA OPTISET INSTRUMENTIT

Pääkohdat:

1. Sädediagrammit ja ohuen linssin kuvausyhtälö
2. Linssin suurennus
3. Mikroskooppi ja kaukoputki
4. Silmä

36.1. Linssit

Kupera linssi (engl. converging lens) on keskeltä paksumpi kuin reunoiltaan ja kovera linssi (engl. diverging lens) taas päinvastoin. Linsseillä on kaksi polttopistettä valon tulosuunnan mukaan.

Tarkastellan seuraavassa linssejä, joiden pinnat ovat pallopintoja, ja vain ohuita linssejä, joiden paksuus on paljon pienempi kuin linssien pallopintojen kaarevuussäteet.

Kuvausvirheet

Palloaberraation takia linssin keski- ja reunaosat taittavat tulevat säteet eri paikkoihin.

Kromaattinen aberraatio taas johtuu dispersiosta. Koska taitekerroin riippuu aallonpituudesta, linssi taittaa eri värit eri paikkoihin. Tätä vääristymää voidaan pienentää käyttämällä kahden eri lasilaadusta valmistetun linssin yhdistelmää, ns. akromaattia.

Sädediagrammit

Samoin kuin peilin muodosta kuva myös ohuen linssin muodostama kuva voidaan konstruoida graafisesti käyttämällä kahta seuraavista säteistä:

1. Linssin keskipisteen kautta kulkeva säde etenee suunnastaan poikkeamatta.
2. Pääakselin suuntaisena linssiin tuleva säde taittuu kohti 2. polttopistettä F' tai siitä poispäin.
3. Linssin 1. polttopistettä F kohti tai siitä poispäin etenevä säde on taituttuaan pääakselin suuntainen.

Ohuen linssin kuvausyhtälö
Tarkastellaan yllä olevien kuvien säteitä ja käytetään approksimaatiota $\tan\theta \approx \theta$.

Siten voidaan kirjoittaa yksi yhteinen ohuen linssin kuvausyhtälö, ns. Gaussin kuvausyhtälö

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \tag{36.1}$$

joka on täsmälleen samaa muotoa kuin pallopeilin kuvausyhtälö (35.8). Se on voimassa kaikissa tapauksissa, kun käytetään seuraavaa linssien merkkisopimusta:

- **Kun valo tulee vasemmalta, linssin vasemmalla puolella $p > 0$ ja $q < 0$, ja oikealla puolella $p < 0$ ja $q > 0$.**

Vaikka valo tulee vasemmalta, esineen paikka p voi olla myös linssin oikealla puolella, jolloin $p < 0$. Kyseessä ei tällöin ole todellinen esine O vaan sen kuva O', jota kohti esim. toinen linssi suuntaa O:sta (vasemmalta) lähteneet säteet, ja joka toimii tarkasteltavan linssin ns. vale-esineenä (engl. virtual object).

Suurennus
Samoin kuin peilien tapauksessa, myös linssin poikittaiselle suurennukselle m saadaan sädediagrammin avulla lauseke

$$m = y_I / y_O = -q / p. \tag{36.2}$$

Esim. 36.1a. Pieni esine on asetettu 16 cm etäisyydelle kuperan linssin eteen. Linssin polttoväli on 12 cm. Laske kuvan paikka ja suurennus.

Esim. 36.1b. Esine, jonka korkeus on 0.8 cm, on asetettu etäisyydelle 25 cm koveran linssin eteen. Linssin polttoväli on -16 cm. Määrää kuvan paikka ja koko.

Kun kuvan muodostaa kaksi tai useampia linssejä, ns. linssi-systeemi, määrätään ensin ensimmäisen linssin muodostama kuva esineestä. Tämä kuva tai valekuva toimii toisen linssin esineenä tai vale-esineenä, jonka kuva määrätään seuraavaksi. Näin tarkastellen edetään koko linssisysteemin läpi.

Esim. 36.2. Kupera linssi ($f = 4$ cm) on koveran linssin ($f = -2$ cm) vasemmalla puolella etäisyydellä 12 cm. Pieni esine on 8 cm kuperan linssin vasemmalla puolella. Määrää linssien muodostaman kuvan (a) paikka ja (b) suurennus.

Esim. 36.3. Pieni esine ja kaksi kuperaa linssiä ($f_1 = 4.0$ cm ja $f_2 = 7.0$ cm) ovat etäisyyksillä 5.0 cm ja 12.0 cm toisistaan, tässä järjestyksessä. Määrää kuvan paikka.

36.2. Suurennuslasi

Katsottaessa esinettä silmällä siitä erotetaan sitä enemmän yksityiskohtia, mitä suuremmassa kulmassa se näkyy, ts. mitä suurempi kuva siitä muodostuu silmän verkkokalvolle. Jos esinettä katsotaan paljaalla silmällä, se voidaan tuoda silmää rasittamatta korkeintaan selvän näkemisen välin d päähän silmästä. Normaalisti $d \approx 25$ cm. Tällöin esine näkyy kulmassa

$$\alpha = y_O/d. \qquad (36.3)$$

Jos esineen etäisyys kuperasta linssistä p on pienempi kuin polttoväli f, kuva on oikeinpäin oleva suurennettu valekuva. Se näkyy linssin keskipisteestä samassa kulmassa β kuin esine (pienillä kulmilla $\beta = -y_I/q = y_O/p$), mutta esinettä kauempana ($-q > p$).

Tämä onkin suurennuslasin "periaate": Esine voidaan tuoda lähemmäksi silmää, jolloin katselukulma β tulee suuremmaksi.

Linssin kulmasuurennus M määritellään kulmien β ja α suhteena, kun silmän etäisyys linssistä oletetaan merkityksettömän pieneksi. Siten

$$M = \beta / \alpha = (y_O/p) / (y_O/d) = d / p. \qquad (36.4)$$

Kuvan täytyy olla vähintään selvän näkemisen välin päässä linssistä, ts. $-q \geq d$. Tällöin Gaussin kuvausyhtälön (36.1) mukaan

$$1/p = 1/f + 1/{-q} \leq 1/f + 1/d,$$

joten kulmasuurennus on

$$M = d / p \leq d\,(1/f + 1/d) = 1 + d/f.$$

Normaali silmä on lepotilassa katsoessaan äärettömän kaukana olevaa kuvaa. Tällöin esine on linssin 1. polttopisteessä F, ts. $p = f$, ja kulmasuurennus on

$$M_\infty = d / f. \qquad (36.5)$$

36.3 Mikroskooppi

Esineen kuva saadaan näkymään hyvin suuressa kulmassa käyttämällä kahden kokoavan linssin muodostamaa mikroskooppia.

Ensimmäinen linssi, objektiivi (engl. objective), muodostaa esineestä suurennetun todellisen kuvan, joka toimii toisen linssin, okulaarin (engl. eyepiece), esineenä. Okulaari muodostaa tästä esineestä suurennetun valekuvan eli toimii tavallaan suurennuslasina.

Jos objektiivin edessä olevan esineen korkeus on y_O, siitä muodostuneen kuvan korkeus on $y_2 = -q_O\, y_O / p_O$. Okulaarin muodostama valekuva näkyy okulaarin keskipisteestä (negatiivisessa) kulmassa $\beta = y_2/p_E = -q_O\, y_O / (p_O\, p_E)$, joten mikroskoopin kulmasuurennus eli suurennuskyky on

$$M = \beta / \alpha = -(q_O\, d) / (p_O\, p_E), \qquad (36.6)$$

kun $\alpha = y_O/d$.

Jos objektiivin muodostama kuva on okulaarin 1. polttopisteessä F_E, lopullinen valekuva on äärettömän kaukana ja sitä katsoessaan silmä voi olla lepotilassa. Tällöin $p_E = f_E$ ja $q_O = f_O + \ell$, missä f_O ja f_E ovat objektiivin ja okulaarin polttovälit, yleensä suuruusluokkaa 5 mm ja 15 mm, ja ℓ on objektiivin ja okulaarin 2. ja 1. polttopisteen F'_O ja F_E välinen etäisyys, mikroskoopin optinen pituus, tavallisesti 16 cm. Lisäksi kuvausyhtälön (36.1) mukaan $1/p_O + 1/q_O = 1/f_O$, joten $q_O/p_O = \ell/f_O$. Tässä tapauksessa mikroskoopin kulmasuurennus on

$$M_\infty = -\ell d / (f_O\, f_E). \qquad (36.7)$$

Tyypillisillä arvoilla $\ell = 16.0$ cm, $d = 25.0$ cm, $f_O = 5.00$ mm ja $f_E = 15.0$ mm saadaan suurennukseksi $M_\infty = -533$.

Esim. 36.4. Mikroskoopin objektiivin ja okulaarin polttovälit ovat 5 mm ja 20 mm, sekä optinen pituus 15 mm. Määritä (a) esineen paikka ja (b) mikroskoopin suurennuskyky, kun okulaarin muodostaman valekuvan etäisyys on 40 cm okulaarista mitattuna.

36.4. Kaukoputki

Kaukoputki (engl. telescope) on optinen instrumentti, jota käytetään kaukana olevien kohteiden katseluun. Objektiivi on kupera linssi, joka muodostaa kaukaisesta esineestä todellisen kuvan 2. polttopisteensä F'_O kohdalle f_O:n etäisyydelle linssistä.

Tähtikaukoputkessa tätä kuvaa katsotaan okulaarilla, joka toimii suurennuslasina ja muodostaa siitä suurennetun valekuvan. Kohde näkyisi paljaalla silmällä kulmassa $\alpha = -h/f_O$, missä h on objektiivin muodostaman kuvan korkeus. Kaukoputken muodostama kohteen valekuva näkyy kulmassa $\beta = h/p_E$, missä p_E on objektiivin muodostaman kuvan etäisyys okulaarista. Kaukoputken kulmasuurennus

$$M = \beta / \alpha \qquad (36.8)$$

on siis

$$M = -f_O / p_E. \qquad (36.9)$$

Jos lopullinen kuva on äärettömän kaukana, objektiivin ja okulaarin 2. ja 1. polttopiste F'_O ja F_E yhtyvät. Tällöin $p_E = f_E$ ja suurennus on

$$M_\infty = -f_O / f_E. \qquad (36.10)$$

Tähtikaukoputken suurennuskykyä voidaan kasvattaa pidentämällä polttoväliä f_O, mikä tekee itse kaukoputkesta suhteellisen pitkän. Koska sen kuva on lisäksi ylösalaisin ($M < 0$), se ei sovellu hyvin maakaukoputkeksi.

Maakaukoputken eli Galilein kaukoputken okulaari on kovera linssi, joka asetetaan objektiivin ja sen muodostaman kuvan väliin. Tämä kuva toimii okulaarin vale-esineenä, jonka paikka okulaarin suhteen, p_E, on negatiivinen. Kulmien α ja β lausekkeet ovat samat kuin tähtikaukoputkella ($\alpha = -h/f_O$ ja $\beta = h/p_E$, missä h (< 0) on vale-esineen korkeus), joten kulmasuurennus on yhtälön (36.9) mukainen eli $M = -f_O / p_E$. Suurennus M on nyt positiivinen, joten lopullinen (vale)kuva on oikein päin.

Jos objektiivin 2. polttopiste F'_O ja okulaarin 1. polttopiste F_E yhtyvät, vale-esine on tässä polttopisteessä ($p_E = f_E$) ja kaukoputken muodostama kuva on äärettömän kaukana. Tällöin suurennuksen lauseke on yhtälön (36.10) mukainen eli $M_\infty = -f_O / f_E$. Tätä kaukoputkityyppiä käytetään sen lyhyyden takia esim. teatterikiikareissa.

Peilikaukoputki toimii kuten edellä kuvattu tähtikaukoputki, mutta sen objektiivina on linssin sijasta kovera peili. Peili muodostaa esim. pienen tasopeilin välityksellä todellisen kuvan, jota katsotaan suurennuslasina toimivalla kuperalla okulaarilla. Kulmasuurennus saadaan yhtälöstä (36.9) tai (36.10), missä f_O on peilin polttoväli.

36.5. Silmä

Ihmisen silmään tuleva valonsäde taittuu osaksi sarveiskalvossa ja osaksi linssinä toimivassa mykiössä. Näiden välissä olevassa etukammiossa on kammiovettä ja mykiön takana olevan tilan täyttää läpinäkyvä hyytelö, lasiainen. Valo tulee mykiöön värikalvon eli kehäkalvon eli iiriksen keskellä olevasta pyöreästä aukosta, pupillista eli silmäterästä, jonka kokoa värikalvo säätää. Valon taittuessa muodostuu verkkokalvolle todellinen kuva, jonka valoherkät sauva- ja tappisolut rekisteröivät. Kuvasta saatu informaatio etenee tämän jälkeen näköhermoa pitkin aivojen käsiteltäväksi.

Silmä pystyy tarkentamaan eri etäisyyksiltä muodostuvat kuvat muuttamalla sädelihaksen avulla mykiön pintojen kaarevuussäteitä, ts. säätämällä mykiön polttoväliä. Tätä sanotaan silmän mukautumiseksi eli akkommodaatioksi. Kaukaisin piste, jonka lepotilassa oleva silmä näkee selvästi, on kaukopiste (engl. far point). Normaalin silmän kaukopiste on äärettömän kaukana. Lähin piste, josta silmä voi saada terävän kuvan, on likipiste (engl. near point) Likipiste on normaalisti 25 cm:n etäisyydellä silmästä.

Likinäköisen henkilön silmämuna on polttoväliin verrattuna liian pitkä, joten kaukana olevien esineiden kuva muodostuu verkkokalvon eteen. Tämä ns. myopia voidaan korjata silmän edessä olevalla hajottavalla eli koveralla linssillä.

Pitkänäköisen henkilön silmämuna on polttoväliin verrattuna liian lyhyt, joten erityisesti lähellä olevien esineiden kuva muodostuu verkkokalvon taakse. Tämä ns. hyperopia voidaan korjata kokoavalla eli kuperalla linssillä.

Toinen pitkänäköisyyden muoto on ikänäkö eli presbyopia, joka aiheutuu vanhenemisen yhteydessä tapahtuvasta silmän lihasten heikentymisestä ja/tai mykiön jäykistymisestä. Tästä syystä silmän mukautumiskyky vähenee ja lähellä olevien kohteiden kuvien tarkentaminen tuottaa vaikeuksia. Tämäkin ongelma voidaan eliminoida kuperalla linssillä.

Linssin voimakkuus on sen polttovälin käänteisarvo

$$P = 1 / f. \tag{36.11}$$

Sen yksikkö on dioptri (D): 1 D = 1/m. Kokoavan linssin voimakkuus on positiivinen ja hajottavan linssin voimakkuus on negatiivinen.

Kameran toimintaperiaate on sama kuin silmänkin. Kameran objektiivi muodostaa kuvan suoraan filmille valotuksen aikana.

Esim. 36.5. Erään pitkänäköisen henkilön silmän likipiste on 1.00 m. Millainen linssi tarvitaan korjaamaan likipiste normaaliksi (25 cm)?

<u>Esim. 36.6.</u> Erään likinäköisen henkilön silmien kaukopiste on 2 m. (a) Millaiset silmälasit tarvitaan korjaamaan kaukopiste äärettömyyteen? (b) Jos likipiste on 25 cm lasien kanssa, niin mikä se on ilman laseja?

36.6. Taittavan pallopinnan kuvausyhtälö

Tarkastellaan valon taittumista kahden aineen (taitekertoimet n_1 ja n_2) välisessä pallonmuotoisessa rajapinnassa, jonka säde on R. Pinnan pääakselilla olevasta pistemäisestä esineestä O lähtevä mielivaltainen säde taittuu pinnassa ja leikkaa pääakselin kuvapisteessä I. Tulokulma on $\theta_1 = \alpha + \gamma$ ja taitekulma on $\theta_2 = \gamma - \beta$, missä pienillä kulmilla $\alpha \approx h / p$, $\beta \approx h / q$ ja $\gamma \approx h / R$. Pienillä kulmilla θ_1 ja θ_2 Snelliuksen laki yksinkertaistuu muotoon

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2, \qquad (36.12)$$

joten

$$n_1 \left(\frac{h}{p} + \frac{h}{R}\right) = n_2 \left(\frac{h}{R} - \frac{h}{q}\right),$$

josta saadaan taittavan pallopinnan kuvausyhtälö

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \qquad (36.13)$$

Tämä yhtälö osoittaa, että kaikki O:sta lähtevät säteet (joiden lähtökulma α on pieni) leikkaavat toisensa pisteessä I.

Yhtälö (36.13) on voimassa kaikissa tapauksissa (kupera tai kovera pinta, $n_2 > n_1$ tai $n_2 < n_1$), jos käytetään seuraavaa taittavien pintojen merkkisopimusta:

- Kun valo tulee vasemmalta, pinnan vasemmalla puolella (jossa taitekerroin on n_1) $p > 0$, $q < 0$ ja $R < 0$ ja oikealla puolella (jossa taitekerroin on n_2) $p < 0$, $q > 0$ ja $R > 0$.

Esim. 36.8. Lasisylinterin akselilla on pieni hiukkanen, jonka etäisyys koveraksi hiotun sylinterin päästä on 3.0 cm. Koveran pallopinnan säde on 2.0 cm ja lasin taitekerroin 1.5. Missä on hiukkasen kuva?

36.7. Linssintekijän yhtälö

Tarkastellaan taitekertoimen n omaavasta aineesta tehtyä linssiä, jota rajoittavien pallopintojen kaarevuussäteet ovat R_1 ja R_2. Esineestä O lähtevät säteet taittuvat linssin ensimmäisessä pinnassa yhtälön (36.3) osoittamalla tavalla, ts. säteet tai niiden jatkeet suuntautuvat kohti O:n kuvapistettä O'. Jos O' on pinnan vasemmalla puolella etäisyydellä q' (>0) siitä, yhtälössä (36.3) esiintyvä valekuvan paikka on $q = -q'$ ja

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{q'} = \frac{n-1}{R_1} .$$

Tässä yhtälössä on oletettu, että linssin ympäristö on ilma ($n_1 = 1$). R_1 on positiivinen, jos pinta on kupera (ts., jos sen kaarevuuskeskipiste on oikealla). Jos linssin ympäristön taitekerroin olisi n (jolloin taittumista ei tapahtuisi), linssissä etenevät säteet olisivat identtisiä pisteessä O' sijaitsevasta esineestä lähtevien säteiden kanssa. Näin ollen säteet taittuvat linssin toisessa pinnassa kohti O':n kuvapistettä I, jonka paikka q noudattaa yhtälöä (36.6), joten

$$\frac{n}{q'} + \frac{1}{q} = \frac{1-n}{R_2} .$$

Tässä yhtälössä on oletettu, että linssi on niin ohut, että kuvitellun esineen O' paikka on $p = q'$. R_2 on negatiivinen, jos pinnan kaarevuuskeskipiste on vasemmalla. Kun edelliset yhtälöt lasketaan yhteen, saadaan tulos

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) . \qquad (36.14)$$

Jos esine O on linssin 1. polttopisteessä F ($p = f$), sen kuva I muodostuu äärettömän kauas ($q = \infty$). Jos O on äärettömän kaukana ($p = \infty$), sen kuva I muodostuu linssin 2. polttopisteeseen F' ($q = f$). Polttopisteet F ja F' ovat linssin vastakkaisilla puolilla samalla etäisyydellä $|f|$ siitä. Sijoittamalla edelliseen yhtälöön arvot ($p = f, q = \infty$) tai ($p = \infty, q = f$) saadaan polttovälille f yhtälö

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) . \qquad (36.15)$$

Tämä on ns. linssintekijän yhtälö. Jos f on positiivinen, äärettömän kaukana olevan esineen kuva on todellinen ($q = f > 0$) ja linssi on kokoava eli kupera. Tällöin linssin keskiosa on paksumpi kuin reunaosa. Jos f on negatiivinen, kuva on valekuva ($q = f < 0$) ja linssi on hajottava eli kovera. Tällöin linssin reunaosa on paksumpi kuin keskiosa.

Huomaa, että yhdistämällä yhtälöt (36.14) ja (36.15) saadaan ohuen linssin kuvausyhtälö eli Gaussin kuvausyhtälö (36.1). Näin voidaan siis myös johtaa ohuen linssin kuvausyhtälö.

Esim. 36.9. Koverankuperan linssin pallopintojen kaarevuussäteet ovat 2.0 cm ja 3.0 cm sekä lasin taitekerroin 1.5. Mikä on linssin polttoväli?

37. AALTO-OPTIIKKA I

Pääkohdat:
1. Interferenssi ja diffraktio
2. Youngin koe
3. Koherenssi
4. Interferenssi ohuissa kalvoissa
5. Michelsonin interferometri

37.1. Interferenssi

Aaltojen superpositio voi aiheuttaa joissakin kohdissa resultanttiaallon vahvistumista (konstruktiivinen interferenssi) ja toisissa kohdissa sen heikkenemistä (destruktiivinen interferenssi), jolloin syntyy interferenssikuvio.

Tarkastellaan kahdesta lähekkäin olevasta lähteestä tulevia "samanlaisia" aaltoja. Tällöin tietyssä pisteessä aaltojen etenemisalueessa lähteistä mitattujen etäisyyksien erotus, ns. matkaero

$$\delta = r_2 - r_1 \qquad (37.1)$$

määrää interferenssin laadun.

Maksimit

Konstruktiivinen interferenssi tulee pisteeseen seurauksena siitä, että matkaero on kokonainen monikerta aallonpituuksia,

$$\delta = m\lambda\,; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (37.2)$$

Minimit

Destruktiivinen interferenssi saadaan taas seurauksena siitä, että matkaero on puolilukuinen monikerta aallonpituuksia,

$$\delta = (m + 1/2)\,\lambda\,; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (37.3)$$

Aaltojen etenemisestä huolimatta interferenssikuvio on pysyvä, jos matkaerot kussakin pisteessä säilyvät. Tällöin aallot ovat koherentteja. Tämä merkitsee sitä, että aaltojen vaihe-erot säilyvät kussakin pisteessä muuttumattomina. Tästä ehdosta seuraa mm., että aalloilla täytyy olla sama taajuus.

Esim. ääni- ja radioaallot saadaan helposti koherenteiksi kytkemällä kaiuttimet tai lähettimet samaan värähtelijään. Sen sijaan eri lähteistä emittoituvat valoaallot eivät ole koherentteja. Valoaallon emissio atomista kestää normaalisti noin 10^{-8} s, jona aikana syntyy 3 m:n pituinen aaltojono. Normaalissa lähteessä atomien satunnaiset liikkeet ja törmäykset aiheuttavat sen, että aalto etenee vaihevakionsa säilyttäen vain $10^{-11} - 10^{-9}$ s, joka on ns. koherenssiaika τ_c, ja 3 mm – 30 cm, joka on ns. koherenssipituus $\ell_c = c\,\tau_c$.

Laserin lähettämän valon koherenssipituus voi olla jopa useita satoja kilometrejä. Eri lähteistä tulevien aaltojen välinen vaihe-ero säilyy muuttumattomana korkeintaan τ_c:n pituisen ajan, jonka jälkeen se vaihtuu sattumanvaraisesti toiseksi. Näin ollen interferenssikuvio vaihtelee umpimähkäisesti ja häviää näkyvistä, ts. interferenssin vaikutukset keskimääräistyvät nollaksi. Resultanttiaallon intensiteetti I_{tot} eli eri lähteistä tulevien aaltojen intensiteettien I_i summa on tällöin suoraan

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots$$

Epäkoherentti valo käyttäytyy siis kuten hiukkassuihku, jolla ei ole lainkaan aallon ominaisuuksia.

Valoaaltojen muodostama interferenssikuvio saadaan näkyviin vain jakamalla yhdestä lähteestä tuleva aalto osiin, joiden annetaan interferoida keskenään. Vaikka osa-aaltojen vaiheet edelleen vaihtelevat nopeasti, niiden erot pysyvät vakioina ja interferenssikuvio on ajasta riippumaton. Tällöin resultanttiaalto on superpositioperiaatteen mukaan osa-aaltojen summa

$$\mathbf{E}_{tot} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \ldots$$

ja

$$I_{tot} \propto |\mathbf{E}_{tot}|^2.$$

<u>Esim. 37.1.</u> Kaksi äänilähdettä S_1 ja S_2 ovat etäisyydellä 6 m toisistaan ja piste P on 8 m etäisyydellä S_1:stä kuvan mukaisesti. Mikä on minimi taajuus, jolla pisteessä P on intensiteetin (a) minimi ja (b) maksimi, kun äänen nopeus on 340 m/s?

S_1 P

S_2

37.2. Diffraktio

Geometrisessa optiikassa oletetaan valon säteen suoraviivainen kulku. Etenevän aallon diffraktio, joka tapahtuu esim. aallonpituuden suuruusluokkaa olevissa raoissa ja esteissä, johtaa kuitenkin poikkeamaan tästä oletuksesta ja mm. etenevän aallon "kääntymiseen nurkan taakse". Diffraktio on helposti selitettävissä Huygensin periaatteen avulla.

37.3. Youngin koe

Thomas Young osoitti vuonna 1802, että valo käyttäytyy aaltoliikkeen tavoin. Hän jakoi yhdestä lähteestä tulevan valon kahdella kapealla, yhdensuuntaisella raolla S_1 ja S_2 koherenteiksi, sylinterimäisiksi osa-aalloiksi, joiden muodostama interferenssikuvio näkyy varjostimella.

S_1 ja S_2 ovat eri etäisyyksillä r_1 ja r_2 varjostimen pisteestä P. Matkaero on

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin\theta,$$

sillä suorat S_1P ja S_2P ovat lähes yhdensuuntaiset ($d << L$). Osa-aallot vahvistavat toisiaan pisteessä P, jos ne ovat sen kohdalla samassa vaiheessa. Tämä edellyttää, että matkaero δ on aallonpituuden λ kokonainen monikerta eli

$$\delta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

P:n kohdalla on siis kirkas juova (konstruktiivinen interferenssi), jos

$$d \sin\theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (37.4)$$

Vastaavasti osa-aallot sammuttavat toisensa, jos ne ovat vastakkaisessa vaiheessa eli

$$\delta = (m + 1/2)\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Näin ollen P:n kohdalla on tumma juova (destruktiivinen interferenssi), jos

$$d \sin\theta = (m + 1/2)\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (37.5)$$

Kokonaislukua m sanotaan interferenssin kertaluvuksi (engl. order).

Esim. 37.2. Keltainen valo ($\lambda = 600$ nm) kulkee kahden 0.80 mm etäisyydellä olevan raon läpi ja osuu sen jälkeen varjostimelle, joka on 2.00 m etäisyydellä raosta. Laske kirkkaiden juovien etäisyydet varjostimella.

37.4. Interferenssikuvion intensiteetti

Tarkastellaan edelleen edellisessä kappaleessa esitettyä Youngin kahden raon interferenssikoetta. Raoista S_1 ja S_2 tulevien osa-aaltojen sähkökenttiä voidaan pisteessä P kuvata harmonisilla aalloilla

$$\mathbf{E}_1(r_1,t) = \mathbf{E}_0 \sin[kr_1 - \omega t + \phi'(t)]$$

ja

$$\mathbf{E}_2(r_2,t) = \mathbf{E}_0 \sin[kr_2 - \omega t + \phi'(t)],$$

missä $\phi'(t)$ on sattumanvaraisesti vaihteleva vaiheparametri ja osa-aaltojen amplitudit $\mathbf{E}_0$ on oletettu samoiksi. Superpositioperiaatteen mukaan resultanttiaallon sähkökenttä on nyt

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_1(r_1,t) + \mathbf{E}_2(r_2,t). \tag{37.7}$$

Tästä saadaan identiteettiä
$\sin x + \sin y = 2 \sin [(x + y)/2] \cos [(x - y)/2]$ käyttämällä

$$\mathbf{E}(t) = 2\, \mathbf{E}_0 \cos[k\delta/2] \sin[kr - \omega t + \phi'(t)], \tag{37.8}$$

missä $\delta = r_2 - r_1$ ja $r = (r_1 + r_2)/2$. Resultanttiaallon amplitudi on siis $2\, E_0 \cos[k\delta/2]$. Koska $E = c\, B$ (34.10) ja $I_0 = E_0 B_0 / 2\mu_0$ (34.16), aallon keskimääräinen intensiteetti on $1/(2\mu_0 c) \times$ amplitudin neliö. Koska osa-aaltojen $\mathbf{E}_1$ ja $\mathbf{E}_2$ intensiteetit ovat $I_0 = E_0/(2\mu_0 c)$, resultanttiaallon intensiteetti voidaan kirjoittaa muodossa

$$I = [(4E_0^2)/(2\mu_0 c)] \cos^2[k\delta/2] = 4\, I_0 \cos^2[k\delta/2].$$

Koska $k = 2\pi/\lambda$ ja $\delta = d \sin\phi$, osa-aaltojen vaiheiden ero pisteessä P on

$$\begin{aligned} k\delta &= 2\pi\delta / \lambda \\ &= 2\pi\, d \sin\phi / \lambda \\ &= \phi, \qquad (37.6) \end{aligned}$$

joten

$$I = 4\, I_0 \cos^2[\phi/2]. \tag{37.9}$$

Intensiteetti I on jaksollinen funktio, joka saa maksiminsa $I = 4I_0$ vaihe-eroilla

$$\phi = 2m\pi, \text{ kun } d \sin\theta = m\lambda,$$

ja miniminsä $I = 0$ vaihe-eroilla

$$\phi = (2m+1)\pi, \text{ kun } d \sin\theta = (m+1/2)\lambda,$$

missä $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Jos osa-aallot $\mathbf{E}_1$ ja $\mathbf{E}_2$ olisivat epäkoherentteja, niiden vaiheparametrit $\phi'(t)$ eivät olisi samoja vaan vaihtelisivat toisistaan riippumattomasti. Tällöin osa-aaltojen vaihe-ero ϕ vaihtelisi kaikissa pisteissä sattumanvaraisesti ja intensiteetin lausekkeessa (37.9) esiintyvä funktio $\cos^2[\phi/2]$ olisi korvattava keskiarvollaan $1/2$, joten intensiteetti olisi kaikissa pisteissä

$$I = 2I_0,$$

ts. osa-aaltojen intensiteettien I_0 summa. Tämä tulos on sopusoinnussa aikaisemmin esillä olleen epäkoherenttien aaltojen intensiteettien suoran yhteenlaskun kanssa.

37.5. Interferenssi ohuissa kalvoissa

Aaltojen heijastuessa tiheämmästä aineesta heijastuvan aallon poikkeama y muuttuu vastakkaismerkkiseksi ($y \rightarrow -y$). Harmonisen aallon tapauksessa tämä merkitsee sitä, että aallon vaihe muuttuu π:n verran ($y = A \sin\phi \rightarrow A \sin(\phi + \pi) = -A \sin\phi = -y$). Valoaallon heijastuessa aineen tiheydellä tarkoitetaan sen optista tiheyttä, jonka määrää aineen taitekerroin.

- **Optisesti tiheämmästä aineesta heijastuva valoaalto kokee π:n suuruisen vaiheen muutoksen.**

Tarkastellaan ohutta kalvoa, jonka taitekerroin on $n > 1$. Jos kalvon kummallakin puolella on ilmaa ($n = 1$), heijastuvan valonsäteen vaihe muuttuu pisteessä A π:n verran, mutta se ei muutu pisteessä B. Sen sijaan pisteen B kautta heijastuva säde kulkee pitemmän matkan kuin toinen säde.

Jos säteet ovat kohtisuorassa kalvon tasoa vastaan, niiden välinen matkaero on $\delta = \text{ABC} = 2\,t$, missä t on kalvon paksuus. Tällä matkalla vaihe muuttuu $2\pi\delta/\lambda_F$:n verran, missä λ_F on valon aallonpituus kalvon sisällä. Koska kalvossa $v_F = c/n$, niin $\lambda_F = \lambda/n$, missä λ on aallonpituus ilmassa. Näin ollen A:n ja B:n kautta heijastuneiden säteiden välille muodostuu vaihe-ero

$$\phi \;=\; 2\pi\delta/\lambda_F - \pi \;=\; (4nt/\lambda - 1)\,\pi.$$

Säteet vahvistavat toisiaan, jos vaihe-ero on 2π:n kokonainen monikerta, ts. $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots = 2m\pi$ eli

$$2nt \;=\; (m + 1/2)\,\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots .$$

Säteet sammuttavat toisensa, jos $\phi = -\pi, \pi, 3\pi, \ldots = (2m - 1)\,\pi$ eli

$$2nt \;=\; m\,\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots .$$

Näiden yhtälöiden vasen puoli on matkaero $2tn$, jota sanotaan optiseksi matkaeroksi.

Ohuet kalvot siis vahvistavat ja heikentävät tiettyjä aallonpituuksia eli värejä. Kalvossa näkyvä väri määräytyy pääasiassa heijastuneesta valosta puuttuvan aallonpituuden perusteella. Jos interferenssi sammuttaa esim. sinisen värin, kalvo näyttää keltaiselta. Tällaisia värejä sanotaan subtraktiivisiksi (engl. subtractive). Vrt. CMYK-värijärjestelmä.

T-optiikka

Ohuiden kalvojen avulla voidaan ns. T-optiikassa tehokkaasti vähentää optisten komponenttien (esim. linssien) pinnoissa tapahtuvia heijastustappioita. Jos lasi ($n = 1.5$) päällystetään esim. ohuella MgF_2-kerroksella ($n = 1.38$), päällysteen kummastakin pinnasta heijastuva valo kokee π:n suuruisen vaiheen muutoksen, koska molemmat heijastukset tapahtuvat optisesti tiheämmästä aineesta. Tällöin heijastuneet säteet sammuttavat toisensa, jos niiden matkaero on $\delta = \lambda_F/2, 3\lambda_F/2, 5\lambda_F/2, \ldots = (m + 1/2)\,\lambda_F$. Jos valo tulee kohtisuoraan pintaa vastaan, $\delta = 2t$ ja kerroksen minimipaksuus on siis $t_{min} = \delta_{min}/2 = \lambda_F/4$.

Kerroksen paksuus valitaan yleensä siten, että näkyvän alueen keskellä olevan vihreänkeltaisen värin ($\lambda = 550$ nm) heijastuminen minimoituu. Kun pienempi osa valosta heijastuu, suurempi osa läpäisee rajapinnan.

Päällysteen etu- ja takapinnoista heijastuvat aallot sammuttavat toisensa täydellisesti, jos niillä on sama amplitudi. Voidaan osoittaa, että tämä toteutuu, jos $n_F = \sqrt{(n_G n_0)}$, missä n_F, n_G ja n_0 ovat päällysteen, lasin ja ilman taitekertoimet. Valkoisen valon energiasta heijastuu yhtä päällystekerrosta käytettäessä vain n. 1 %, kun päällystämättömästä lasipinnasta heijastuu n. 4 %. Jos esim. kamerassa on 6 päällystämätöntä linssiä, sen 12 ilma–lasi-rajapintaa läpäisevät normaalisti vain $0.96^{12} = 0.61 = 61\ \%$ tulevasta valosta, mutta päällystetyillä linsseillä läpäisy on $0.99^{12} = 0.89 = 89\ \%$.

Esim. 37.3. Linssi, jonka lasin taitekerroin on $n = 1.52$, on päällystetty ohuella kerroksella MgF_2, jonka $n = 1.38$. Mikä on päällystekerroksen paksuuden oltava, jotta kohtisuorasti pintaa vastaan tuleva keltainen valo ($\lambda = 580$ nm) ei heijastu takaisin?

Saman paksuuden interferenssikuviot

Jos kalvon paksuus t vaihtelee, sen samoja t:n arvoja vastaavat pisteet muodostavat tummia ja kirkkaita alueita, joista syntyy kalvon rakenteelle tyypillinen interferenssikuvio.

Esimerkiksi kahden hyvin tasaisen lasilevyn väliin asetettu hius saa aikaan kiilanmuotoisen ilmaraon, johon syntyy yhdensuuntaisista juovista muodostuva interferenssikuvio. Jos molemmat levyt eivät ole täysin tasaisia, juovat eivät ole suoria. Jos toinen levy on tasainen, muodostuva interferenssikuvio paljastaa, mistä toista levyä on hiottava sen epätasaisuuksien poistamiseksi.

Tasaiselle levylle asetettu kupera linssi muodostaa ilmaraon, jonka paksuus on linssin keskipisteestä luetun etäisyyden epälineaarinen funktio. Tästä syystä saman paksuuden interferenssijuovat ovat tässä tapauksessa ympyrän muotoisia ns. Newtonin renkaita, jotka kapenevat ympyrän säteen kasvaessa. Ympyröiden yhteisessä keskipisteessä oleva tumma alue osoittaa, että optisesti tiheämmästä aineesta heijastuva aalto kokee π:n suuruisen vaiheen muutoksen.

Esim. 37.4. Kahden lasilevyn (pituus $L = 20$ cm) väliin toiseen päähän on asetettu ohut lanka (halkaisija D), jolloin lasilevyjen väliin jää kiilamainen ilmarako. Kun "kohtisuoraan" lasilevyjä vastaan osuu valo, jonka aallonpituus on 550 nm, nähdään 12 tummaa juovaa senttimetriä kohti. Mikä on langan halkaisija D?

Esim. 37.5. Tasokuperan linssin pallopinnan kaarevuussäde on 2.5 m ja lasin taitekerroin 1.5. Tällä linssillä tuotetaan Newtonin renkaita valolla, jonka aallonpituus on 600 nm. Mikä on viidennen renkaan säde?

37.6. Michelsonin interferometri

Interferometri on laite, jolla voidaan valon interferenssin avulla tehdä esim. hyvin tarkkoja optisen matkaeron mittauksia. Noin v. 1880 A. A. Michaelson keksi elegantin interferometrin, jonka periaatetta käytetään vielä nykyäänkin useisiin eri tarkoituksiin.

Michaelsonin interferometriin tuleva valo ohjataan $45°$:n kulmassa lasilevylle P, ns. säteenjakajaan, jonka toinen pinta on puoliksi heijastava. Noin puolet tulevasta valosta heijastuu siitä peiliin M_1, josta se heijastuu takaisin ja kulkee P:n läpi kohti havaitsijan kaukoputkea. Loppuosa tulevasta valosta läpäisee säteenjakajan P ja etenee peiliin M_2, josta se heijastuu takaisin, palaa säteejakajaan ja heijastuu siitä kohti kaukoputkea. C on kompensaatiolevy, jonka avulla eri teitä etenevien säteiden lasissa kulkemat matkat saadaan yhtä suuriksi. Se tekee säteiden tiet symmetrisiksi, sillä kumpikin säde kulkee yhteensä kolme kertaa lasilevyn (P:n tai C:n) läpi.

Säteenjakajan heijastava pinta muodostaa peilin M_2 kuvan paikkaan M_2'. Valon voidaan ajatella heijastuvan peileistä M_1 ja M_2', joiden välissä oleva ilmarako johtaa edellisessä kappaleessa esitetyllä tavalla aaltojen interferenssiin. Peilien M_1 ja M_2 (M_2') kautta kulkevien säteiden välinen matkaero δ on kaksi kertaa M_1:n ja M_2':n välinen etäisyys: $\delta = 2\ M_1M_2'$. Koska säteet etenevät symmetrisesti, vaihe-eroon ei tule mitään lisätermejä.

Peili M_1 on kiinnitetty mikrometriruuviin, jonka avulla sitä voidaan siirtää. Jos M_1 liikkuu matkan $\lambda/4$, säteiden matkaero muuttuu $\lambda/2$:n verran ja interferenssikuvion tummat juovat muuttuvat kirkkaiksi ja päinvastoin. Laskemalla tällaisten kuvion muutosten lukumäärä eli kaukoputken hiusristikon tietyn kohdan ohi kulkevien juovien lukumäärä peilin voidaan siirtymä määrittää valon aallonpituuden murto-osan tarkkuudella. Jos peilit M_1 ja M_2 ovat täsmälleen kohtisuorassa toisiaan vastaan, M_1:n ja M_2':n välisen ilmaraon paksuus on vakio ja interferenssikuvio muodostuu ympyränmuotoisista juovista. Muussa tapauksessa ilmarako on kiilan muotoinen ja juovat ovat suoria.

Esim. 37.6. Michaelsonin interferometrin toiseen haaraan on asetettu näytekammioksi läpinäkyvä sylinteri, jonka läpi valonsäde ($\lambda = 600$ nm) kulkee molempiin suuntiin. Sylinterin pituus on 1.5 cm ja se on täytetty aluksi tutkittavalla kaasulla. Kun näytekammioon imetään nyt tyhjiö, havaitaan interferometrin kaukoputken hiusristikon ohi kulkevan 14 tummaa juovaa. Mikä oli tutkittavan kaasun taitekerroin alkuperäisessä paineessaan?

38. AALTO-OPTIIKKA II

Pääkohdat:
1. Yhden raon diffraktio
2. Erotusraja: Rayleighin kriteeri
3. Hila
4. Intensiteettijakautumien määrittäminen
5. Braggin heijastusehto röntgensäteille

38.1. Johdanto

Huygensin periaatteesta seuraa, että aaltoliike ei etene täysin suoraviivaisesti kohtaamansa esteen taakse. Tällainen aallon taipuminen eli diffraktio on selvästi havaittavissa, jos aallonpituus on samaa suuruusluokkaa kuin esteen yksityiskohdat. Esim. valo leviää terävän reunan tai kapean raon taakse siten, että muodostuva varjo tai valoisa alue eivät ole täysin teräviä.

Jos sekä valon lähde että varjostin ovat niin kaukana esteestä tai raosta, että voidaan käyttää tasoaaltoapproksimaatiota, kyseessä on Fraunhoferin diffraktio. Muussa tapauksessa kyse on Fresnelin diffraktiosta.

Ranskalainen J. A. Fresnel Youngin kokeen riippumattomasti hieman myöhemmin sekä kehitti interferenssin ja diffraktion matemaattiset teoriat. Hän osoitti vielä kokeellisesti, että ns. Poissonin täplä on olemassa. Tämän jälkeen valon aaltoluonne hyväksyttiin yleisesti.

38.2. Fraunhoferin diffraktio kapeassa raossa

Saman raon eri pisteistä lähtevät alkeisaallot voivat suunnasta riippuen joko vahvistaa tai heikentää toisiaan. Kaikki suoraan eteenpäin lähtevät aallot ovat samassa vaiheessa, joten ne muodostavat varjostimen keskelle, suuntaan $\theta = 0$, kirkkaan juovan. Jos $\sin\theta = \lambda / a$, alkeisaallot sammuttavat pareittain toisensa, ja tähän suuntaan muodostuu tumma juova. Samoin käy, jos $\sin\theta = 2\lambda / a$, sillä tällöin rako voidaan ajatella jaetuksi kahteen $a/2$:n levyiseen osaan, jotka molemmat muodostavat tumman juovan suuntaan $\sin\theta = \lambda / (a/2) = 2\lambda / a$. Tällöin alueilta AB ja BC lähtevät aallot sammuttavat pareittain toisensa, samoin kuin alueilta CD ja DE lähtevät aallot. Yleisesti a:n levyisestä raosta saadaan tummat juovat eli intensiteettiminimit suuntiin θ, joille

$$a \sin\theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \ldots \tag{38.1}$$

Huom. jos tähän yhtälöön sijoitetaan $m = 0$, saadaan keskellä olevan kirkkaan juovan eli päämaksimin suunta $\theta = 0$, eikä minimiä. Sivumaksimien suunnat saadaan approksimatiivisesti yhtälöstä

$$a \sin\theta \approx (m+1/2)\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Kapean raon diffraktiokuvion sivumaksimit eivät ole tarkasti minimien puoliväleissä.

<u>Esim. 38.1.</u> Valo, jonka aallonpituus on 600 nm, tulee kohtisuoraan rakoon, jonka leveys on 0.1 mm.
(a) Missä kulmassa on läpimenneen valon ensimmäinen intensiteettiminimi? (b) Millä etäisyydellä on toinen minimi suoraan menneestä valosta varjostimella, joka on 3 m etäisyydellä raosta?

<u>Diffraktion vaikutus interferenssiin</u>

Koska Youngin kokeessa rakojen välinen etäisyys d on suurempi kuin yhden raon leveys a, diffraktiokuvion juovat ovat etäämpänä toisistaan kuin interferenssikuvion juovat. Kumpikin rako muodostaa diffraktiojuovansa miltei samoihin suuntiin, joten niistä muodostuu kaukana olevalle varjostimelle käytännössä vain yksi yhden raon diffraktiokuvio. Interferensikokeessa raoista S_1 ja S_2 lähtevien osa-aaltojen intensiteetti I_0 ei siis todellisuudessa ole kulmasta θ riippumaton vakio, vaan se on diffraktiokuvion intensiteetti, jonka lauseke esitetään myöhemmin yhtälössä (38.10). Siten Youngin kokeessa diffraktiokuvio siis muodostaa interferenssikuvion verhokäyrän.

Esim. 38.2. Youngin kahden raon kokeessa rakojen leveys on 0.25 mm ja rakojen etäisyys (keskeltä keskelle) taas 1 mm. Mitkä interferenssimaksimit puuttuvat?

38.3. Erotuskyky: Rayleighin kriteeri

Pistemäisen esineen kuva ei ole koskaan täysin pistemäinen. äärellisen kokoisessa optisessa systeemissä, esim. linssissä, tapahtuu aina valon taipumista, ja tästä syystä pisteen kuvaksi muodostuu diffraktiokuvio. Pyöreän aukon diffraktiokuvio on kirkas ympyrä, jota ympäröivät samankeskiset tummat ja kirkkaat ympyrärenkaat. Päämaksimia ($\theta = 0$) ympäröivä 1. minimi on suunnassa θ, jolle

$$\sin\theta = 1.22\lambda / a, \qquad (38.2)$$

missä a on aukon halkaisija. Tämä eroaa suorakulmaisen a:n levyisen raon 1. minimin paikasta tekijällä 1.22.

Jokainen epäkoherentti pistelähde muodostaa oman erillisen diffraktiokuvionsa. Tämän kuvion koko määrää optisen systeemin erotuskyvyn (engl. resolution) ylärajan, ns. erotusrajan.

Pisteiden erottumiselle voidaankin määritellä ns. Rayleighin kriteeri:

- **Kaksi yhtä kirkasta pistemäistä esinettä erottuvat toisistaan, jos toisen diffraktiokuvion päämaksimi on toisen 1. minimin kohdalla (tai kauempana).**

Jos kuva muodostetaan optisella systeemillä, jonka objektiivin halkaisija on a, yhtälössä (38.2) esiintyvä päämaksimin ja 1. minimin suuntakulmien erotus θ on Rayleighin kriteerin mukaan suoraan systeemin erotusraja. Pienillä kulmilla $\sin\theta \approx \theta$, joten esineet erottuvat toisistaan, jos niiden suunnat eroavat toisistaan vähintään kulman

$$\theta_c = 1.22\lambda / a \qquad (38.3)$$

verran. Tätä lähempänä olevien pisteiden diffraktiokuviot sulautuvat yhdeksi yhtenäiseksi kuvioksi.

Esim. 38.3. Mount Palomarin optisen teleskoopin halkaisija on 5.08 m (200 tuumaa). Kuinka lähellä toisiaan olevat kohteet Kuussa voidaan erottaa aallonpituudella 550 nm, kun Kuun etäisyys Maasta on 3.84×10^8 m?

Esim. Vakoilusatelliitti lentää 200 km korkeudella ja kuvaa maata aallonpituudella 400 nm objektiivilla, jonka halkaisija on 50 cm. Kuinka lähekkäin olevia kohteita voidaan kuvista erottaa?

38.4. Hila

Hila (engl. grating) muodostuu suuresta joukosta lasi- tai metallipinnalla olevia yhdensuuntaisia uria. Valo kulkee lasihilan urien välisten rakojen läpi (läpäisyhila) tai heijastuu metallihilan urien välisistä pinnoista (heijastushila). Jos raot tai heijastavat pinnat ovat hyvin kapeita, niiden muodostaman diffraktiokuvion päämaksimi on leveä, eikä sen aiheuttamaa hilan interferenssikuvion moduloitumista tarvitse ottaa huomioon.

Jos valo tulee kohtisuoraan hilan tasoa vastaan, vierekkäisistä raoista suuntaan θ lähtevien säteiden välinen matkaero on $\delta = \mathrm{d}\sin\theta$. Kaikista raoista lähtevät säteet vahvistavat toisiaan, kun δ on λ:n kokonainen monikerta. Hilan muodostaman interferenssikuvion maksimien, ns. päämaksimien, suunnat saadaan siis yhtälöstä

$$\mathrm{d}\sin\theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots . \qquad (38.4)$$

Tämä on ns. hilayhtälö, missä d on hilavakio ja m on maksimin kertaluku.

Hilan interferenssikuvion minimien suunnat saadaan periaatteessa samalla tarkastelulla kuin yhden raon diffraktiokuvion minimienkin suunnat. Palataan tähän asiaan seuraavassa kappaleessa.

Koska päämaksimien paikat riippuvat hilayhtälön mukaisesti yksinkertaisella tavalla aallonpituudesta λ, hilaa voidaan käyttää valon aallopituuden tarkkaan mittaamiseen. Jos valo sisältää useita aallonpituuksia, hajoaa se spektriksi samalla tavoin kuin prismassakin. Erona on se prismassa punainen valo taipuu vähiten ja sininen eniten. Lisäksi hilalla voidaan saavuttaa huomattavasti suurempi erotuskyky kuin prismalla, ts. eri aallonpituudet voidaan erottaa paremmin toisistaan. Toisaalta koska hilan spektri jakautuu useisiin kertalukuihin, on spektriviivojen intensiteetti vähäisempi.

Hilaspektrometri on erittäin käyttökelpoinen instrumentti analysoitaessa säteilyn aallonpituusjakautumaa esim. molekyylispektroskopiassa.

Esim. 38.4. Valo, jonka aallopituus on 550 nm, osuu kohtisuorasti hilaan, jossa on 400 viivaa millimetriä kohti. Missä kulmassa saadaan toisen kertaluvun päämaksimi? Kuinka monta maksimia voidaan havaita?

38.5. Interferenssin intensiteettijakauma

Tarkastellaan muutaman (tai usean) raon interferenssin intensiteettijakautumaa vaihtovirtojen kuvaamiseen käytetyllä diagrammitekniikalla. Jätetään taas aluksi diffraktion aiheuttama intensiteettijakautuma ottamatta huomioon.

Kukin tiettyyn varjostimen pisteeseen ajan hetkellä t osuva alkeisaalto on muotoa $E_0 \sin(\omega t + \phi')$. Sitä voidaan kuvata kaksiulotteisen tason vektorin (tai kompleksiluvun) (engl. phasor diagram) $\mathbf{E}_0$ avulla, jonka pituus on E_0 ja joka muodostaa kulman $\omega t + \phi'$ tason vaaka-akselin kanssa. Tällöin fysikaalista suuretta $E_0 \sin(\omega t + \phi')$ kuvaa vektorin $\mathbf{E}_0$ komponentti pystyakselilla. Interferoivien aaltojen resultantti voidaan nyt määrittää graafisesti muodostamalla aaltoja esittävien vektorien summa. Näin saadun resultanttivektorin $\mathbf{E}$ pituus on summa-aallon amplitudi ja sen komponentti pystyakselilla on summa-aallon arvo hetkellä t. Aallon intensiteetti on amplitudin neliö.

Vierekkäisistä raoista lähtevillä alkeisaalloilla on sama amplitudi E_0, mutta vaihe-ero ϕ. Suuntaan θ lähtevien säteiden välinen matkaero on $\delta \approx d \sin\theta$, missä d on rakojen etäisyys. Näin ollen säteiden vaihe-ero on

$$\phi = 2\pi\, \delta / \lambda = 2\pi\, d \sin\theta / \lambda. \tag{38.5}$$

Kolme rakoa

Tarkastellaan erikoistapauksena kolmea rakoa, joista varjostimelle tulevat aallot ovat

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t),$$
$$E_1 = E_0 \sin(\omega t + \phi) \text{ ja}$$
$$E_1 = E_0 \sin(\omega t + 2\phi).$$

Piirretään diagrammit, kun $\phi = 0$, 2π, $\pi/4$, $\pi/2$, $2\pi/3$, $3\pi/4$, π, $5\pi/4$ ja $4\pi/3$.

Päämaksimit saadaan, kun

$$\phi = 2m\,\pi, \; m = 0, 1, 2, \ldots$$

ja minimit, kun

$$\phi = 2p\,\pi / 3, \; p = 1, 2, 3, \ldots \quad p \neq 3, 6, 9, \ldots$$

N rakoa

Kun hilassa on N rakoa saadaan vastaavasti päämaksimit ehdolla

$$\phi = 2m\pi, \quad m = 0, 1, 2, ...$$

ja minimit ehdoilla (38.6)

$$\phi = 2p\pi / N, \quad p = 1, 2, 3, 4, ...$$
$$p \neq N, 2N, 3N, ...$$

Siten keskimmäisen päämaksimin vieressä oleva ensimmäinen minimi saadaan ehdolla $\phi = 2\pi / N$, ja koska $\phi = 2\pi\, d \sin\theta / \lambda$ (38.5), saadaan ensimmäisen minimin suuntakulmalle θ ehto

$$\sin\theta = \lambda / Nd. \qquad (38.7)$$

Tästä nähdään, että päämaksimi kapenee rakojen lukumäärän N kasvaessa, kun d säilyy samana. Tämä tarkoittaa siis hilan levenemistä. Päämaksimin kapeneminen merkitsee erotuskyvyn paranemista.

Esim. 38.5. Socorrossa, New Mexicossa on kiskoilla liikuteltavien radioteleskooppien ryhmä (Very Large Array). Yhdeksän teleskoopin ryhmällä, joka on 10.8 km pituisena tasavälisenä jonona, otetaan vastaan aallopituutta 21 cm. Mikä on tällöin kulmaerotuskyky jonon suunnassa?

38.6. Diffraktion intensiteettijakauma

Tarkastellaan nyt yhtä rakoa, joka jaetaan hyvin moneen yhtäsuureen osaan. Ajatellaan sitten jokaisen osan toimivan itsenäisenä rakona, jolloin voidaan soveltaa edellisen kappaleen interferenssille saatua lauseketta (38.5). Siten

$$\alpha_{ij} = 2\pi\,\delta_{ij} / \lambda = 2\pi\,\Delta_{ij} \sin\theta / \lambda.$$

missä Δ_{ij} on kahden osan i ja j välinen etäisyys.

Alkeisaaltoja esittävät vektorit $\mathbf{E}_i$ ovat yhtä pitkiä, mutta niiden suunnat muuttuvat lineaarisesti siten, että $\mathbf{E}_i$:n ja $\mathbf{E}_j$:n suuntien ero on suoraan verrannollinen pisteiden i ja j välimatkaan. Kun jakoväli pienennetään nollaksi (eli osien lukumäärää kasvatetaan äärettömäksi), vektorit $\mathbf{E}_i$ muodostavat ympyrän kaaren, jonka ensimmäinen ja viimeinen vektori ovat kulmassa

$$\alpha = 2\pi\, a \sin\theta / \lambda \qquad (38.8)$$

toistensa suhteen, koska äärimmäisten osien etäisyys on a.

Summa-aallon amplitudi on resultanttivektorin pituus

$$E = 2\,R\,\sin(\alpha/2),$$

missä $\alpha = E_0/R$, joten

$$E = E_0 \frac{\sin(\alpha/2)}{\alpha/2}\,. \qquad (38.9)$$

Intensiteetti I on suoraan verrannollinen amplitudin E neliöön, joten diffraktiokuvion intensiteetin lauseke on

$$I = I_0 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{(\alpha/2)^2}\,, \qquad (38.10)$$

missä I_0 on päämaksimin intensiteetti ($\alpha = \theta = 0$).

Tästä tuloksesta saadaan minimien paikoille ehto $\sin^2(\alpha/2) = 0$ eli $\alpha = 2m\pi$, missä $m = 1, 2, 3, \ldots$, eli

$$a \sin\theta = m\,\lambda. \qquad (38.11)$$

Tämä on itse asiassa kapean raon diffraktiominimien ehto (38.1).

Intensiteettimaksimien paikat voidaan etsiä jakautumafunktion (38.10) derivaatan nollakohdista.

<u>Esim. 38.6.</u> Valo, jonka aallonpituus on 600 nm osuu kohtisuorasti rakoon, jonka leveys on 0.1 mm. Mikä on intensiteetti kulmaan $\theta = 0.2°$?

38.7. Hilan erotuskyky

Tarkastellaan valoa, joka sisältää kahta aallopituutta λ ja $\lambda+\Delta\lambda$, sekä niiden erottumista m:n kertaluvun päämaksimissa.

Hilayhtälön $d \sin\theta = m\,\lambda$ (38.4) mukaan saadaan maksimin ehdoksi aallopituudelle $\lambda+\Delta\lambda$

$$d \sin\theta = m\,(\lambda+\Delta\lambda). \qquad (38.12)$$

Ensimmäisen minimin vaihekulma aallonpituudelle λ yhtälöstä (38.6) on $\phi = 2(mN+1)\pi/N$. Koska $\phi = 2\pi d \sin\theta / \lambda$ (38.5), saadaan minimin ehdoksi aallonpituudelle λ

$$d \sin\theta = (mN+1)\lambda/N. \qquad (38.13)$$

Rayleighin kriteerin mukaan erotusrajalla näiden tulee olla päällekkäin, joten

$$m\,(\lambda+\Delta\lambda) = (mN+1)\lambda/N.$$

Tästä voidaan ratkaista hilan erotuskyky

$$R = \lambda/\Delta\lambda = Nm. \qquad (38.14)$$

(Spektroskooppisen laitteen erotuskyky määritellään $R = \Delta\lambda/\lambda$)

<u>Esim. 38.7.</u> (a) Millainen erotuskyky vaaditaan hilalta, jotta sillä voidaan erottaa natriumin keltainen dubletti (589.0 nm, 589.6 nm)? (b) Jos hilan leveys on 2.0 cm, mikä on hilavakio, jotta erottaminen voidaan tehdä 3. kertaluvussa?

38.8. Röntgensäteiden diffraktio

V. 1895, W. C. Röntgen tutki katodisäteiden eli elektronien synnyttämää tuntematonta säteilyä (engl. x-rays). Röntgensäteitä opittiin käyttämään "kuvaamiseen" jo paljon aikaisemmin ennen kuin ymmärrettiin, että kyseessä on lyhytaaltoinen sähkömagneettinen säteily.

Röntgensäteiden aallonpituus on samaa luokkaa kuin atomien etäisyydet esim. metallikiteessä. Sen vuoksi metalli- tai muita kiteitä voidaan käyttää interferenssi-ilmiöön perustuen heijastamaan röntgensäteilyä. Koska röntgensäteet tunkeutuvat aineeseen, on heijastuneessa säteilyssä keskeisenä ilmiönä eri atomitasoista heijastuneiden säteiden välinen interferenssi, joka noudattaa ns. Braggin heijastusehtoa

$$2\,d \sin\theta = n\,\lambda. \qquad (38.15)$$

Huomaa, että tässä kulma θ on määritelty eri tavalla verrattuna aikaisempiin tarkasteluihin.

38.9. Polarisaatio

Kuten luvussa 34 todettiin sähkömagneettinen aaltoliike on poikittaista, ts. sen sähkö- ja magneettikentät $\mathbf{E}$ ja $\mathbf{B}$ värähtelevät kohtisuorassa aallon etenemissuuntaa ja toisiaan vastaan. Sähkökentän $\mathbf{E}$ värähtelysuunta on aallon polarisaatiosuunta. Jos $\mathbf{E}$ värähtelee koko ajan samassa suunnassa, aallon sanotaan olevan lineaarisesti polaroitunut (polarisoitunut) (tai tasopolaroitunut, tai yksinkertaistaen vain polaroitunut. Aallon etenemissuunnan ja $\mathbf{E}$-vektorin muodostamaa tasoa sanotaan aallon polarisaatiotasoksi. Oheinen kuva esittää y-akselin suuntaan lineaarisesti polaroitunutta aaltoa, jonka polarisaatiotaso on xy-taso.

Lineaarisesti polaroituneita aaltoja syntyy esim. dipoliantennissa. Dipoliantennin muodostavat esim. kaksi metallisauvaa, jotka on kytketty vaihtojännitelähteen napoihin. Antennissa muodostuvien radioaaltojen polarisaatio on helposti havaittavissa toiseen dipoliantenniin kytketyllä vastaanottimella. Kun dipolit ovat yhdensuuntaisia, lähetinantennin sähkökenttä indusoi vastaanotinantenniin vaihtovirran, jonka avulla lähetetty signaali voidaan havaita. Jos sen sijaan dipolit ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan, virtaa ei indusoidu eikä signaali välity vastaanottimeen. Tästä syystä TV- ja radiolähetysten polarisaatio on otettava huomioon vastaanotinantenneja sijoitettaessa.

Kun yksittäinen atomi emittoi valoa, **E**:n värähtelysuunta säilyy muuttumattomana vain emission keston pituisen ajan. Seuraavassa emissiossa **E** värähtelee jossakin toisessa suunnassa. Sen lisäksi normaalin valolähteen eri atomien emissiot ovat toisistaan riippumattomia. Tavallinen valo on yksittäisten atomien emittoimien aaltojen superpositio, jossa resultanttivektorin **E** värähtelysuunta vaihtelee satunnaisesti. Näin ollen normaalin lähteen valo on polaroitumatonta. Sitä esittää kuva (a), jossa nuolet kuvaavat eräitä **E**:n suuntia aallon etenemissuuntaan katsottaessa. Kuva (b) esittää lineaarisesti polaroitunutta valoa, jossa esiintyy vain yksi **E**:n värähdyssuunta.

Polaroitumaton valo voidaan muuttaa lineaarisesti polaroituneeksi poistamalla siitä kaikki tiettyyn suuntaan värähtelevät **E**:n komponentit, jolloin jäljelle jäävät vain tätä suuntaa vastaan kohtisuorat komponentit. Seuraavassa tarkastellaan neljää mekanismia, joilla tämä voi tapahtua.

Polarointi selektiivisellä absorptiolla

Valo polaroidaan nykyään tavallisimmin ns. polarisaatiolevyllä, esim. polaroid-levyllä, joka absorboi tiettyyn suuntaan värähtelevät aallot. Tällainen levy voidaan valmistaa sijoittamalla ohueen muovilevyyn pitkiä hiilivetymolekyylejä, esim. polyvinyylialkoholia, jotka orientoidaan yhdensuuntaisiksi muovia venyttämällä. Kun levy käsitellään jodia sisältävällä liuoksella, molekyyleistä tulee pituusakseliensa suunnassa hyvin sähköä johtavia. Pituusakseleita vastaan kohtisuorassa suunnassa elektronien liikkuvuus on kuitenkin rajoitettua ja sähkön johtavuus on heikko. Tästä syystä molekyylit absorboivat tehokkaasti valoa, jonka **E** värähtelee niiden pituusakselien suunnassa, mutta päästävät läpi kohtisuorassa suunnassa värähtelevän säteilyn.

Kohtisuoraa suuntaa sanotaan läpäisysuunnaksi tai transmissioakselin suunnaksi. Tällä tavoin polarisaatiolevy muuttaa sen läpi kulkevan polaroitumattoman valon transmissioakselin suunnassa lineaarisesti polaroituneeksi. Käytännössä polarisaatioaste on 90–95 %.

Polarisaatiolevyn tai muun polarisaattorin taakse asetettu toinen polarisaattori, analysaattori, läpäisee vain transmissioakselinsa suuntaisen sähkökentän komponentin. Tämä komponentti on $E = E_0 \cos\theta$, missä E_0 on polarisaattorista tuleva sähkökenttä ja θ on polarisaattorin ja analysaattorin transmissioakselien välinen kulma. Koska valon intensiteetti on suoraan verrannollinen sähkökentän neliöön, analysaattorin läpäisseen valon intensiteetti on

$$I = I_0 \cos^2\theta, \qquad (38.17)$$

missä I_0 on analysaattoriin tulevan lineaarisesti polaroidun valon intensiteetti. Tämä on Malusin laki.

Esim. Lineaarisesti polarisoituneen valon polarisaatiotason suunta halutaan kääntää $90°$ kahta polarisaatiolevyä käyttäen. Kuinka levyjen transmissioakselien suunnat on valittava, jotta saadaan suurin intensiteetti?

Heijastumisen aiheuttama polarisaatio

Valon heijastuminen ja taittuminen valoa läpäisevän aineen pinnassa johtuu tässä aineessa olevista sähkövarauksista, jotka tulevan säteilyn sähkökenttä saa värähtelemään. Varaukset lähettävät säteilyä, jonka intensiteetti on suurin värähtelysuuntaa vastaan kohtisuorissa suunnissa ja nolla värähtelysuunnassa samoin kuin dipoliantenninkin tapauksessa. Varaukset värähtelevät aineessa etenevän taittuneen säteilyn **E**-vektorin suunnassa, siis kohtisuoraan taittunutta sädettä vastaan. Heijastunut säde on näiden värähtelevien varausten lähettämää säteilyä, joka ei siis itse asiassa muodostu aineen pinnalla, vaan sisällä.

Jos heijastunut säde on kohtisuorassa taittunutta sädettä vastaan, näiden säteiden tasossa värähtelevät varaukset eivät lähetä lainkaan säteilyä heijastuneen säteen suuntaan eli värähtelysuuntaansa. Tässä tapauksessa heijastunut säde aiheutuu siis kokonaan säteiden tasoa vastaan kohtisuorista värähtelyistä ja näin ollen on täydellisesti lineaarisesti polaroitunut tasoa vastaan kohtisuorassa suunnassa, ts. heijastavan pinnan suuntaisesti.

Se säteen tulokulman arvo, jolla heijastunut säde on täydellisesti polaroitunut, on polarisaatiokulma θ_p. Sitä vastaava taitekulma on $\theta_2 = 90° - \theta_p$, joten sin θ_2 = cos θ_p. Näin ollen Snelliuksen lain mukaan $n_1 \sin\theta_p = n_2 \sin\theta_2 = n_2 \cos\theta_p$, joten

$$\tan\theta_p = n_2 / n_1. \qquad (38.16)$$

Tämä on Brewsterin laki. Esim. jos ilmasta ($n_1 = 1.00$) tuleva säde heijastuu kruunulasista ($n_1 = 1.52$), tan $\theta_p = 1.52$ ja polarisaatiokulma on $\theta_p = 56.7°$. Muilla tulokulman arvoilla heijastuneen säteen polarisaatio on osittaista. Myös taittunut säde on polaroitunut, mutta ei millään kulman arvolla täydellisesti.

Sironnan aiheuttama polarisaatio

Edellä tarkasteltu valon heijastuminen on esimerkki säteilyn sironnasta (engl. scattering). Tässä prosessissa säteilyn sähkökenttä pakottaa molekyyleissä olevat elektronit värähdysliikkeeseen, jolloin ne alkavat lähettää ympäristöönsä sironnutta säteilyä. Alkuperäistä sädettä vastaan kohtisuoraan suuntaan sironnut säteily on täydellisesti lineaarisesti polaroitunut, koska elektronit eivät värähtele alkuperäisen säteen etenemissuunnassa eivätkä näin ollen emittoi sen suuntaisia **E**:n komponentteja. Muihin suuntiin, paitsi suoraan eteen- tai taaksepäin, sironnut säteily on osittain polaroitunutta.

Esim. maan ilmakehän molekyyleistä siroava auringon valo on polaroitunutta. Taivas näyttää siniseltä, koska lyhyet aallonpituudet (sininen valo) siroavat tehokkaammin kuin pitkät aallonpituudet (punainen valo).

Kahtaistaittavuuden aiheuttama polarisaatio

Kaasujen, tavallisten nesteiden ja amorfisten kiinteiden aineiden (esim. lasin) molekyylien paikat ja orientaatiot ovat jakautuneet täysin satunnaisesti. Tästä syystä näiden aineiden makroskooppiset ominaisuudet ovat kaikissa suunnissa samat. Tällöin sanotaan, että aineet ovat isotrooppisia. Sen sijaan kiteisten aineiden molekyylit muodostavat järjestyneitä systeemejä, joiden ominaisuudet voivat olla eri suunnissa erilaisia – ne voivat olla anisotrooppisia. Eräissä kiteissä, esim. kalsiitissa ($CaCO_3$) ja kvartsissa (SiO_2), valon nopeus riippuu etenemissuunnasta. Näiden aineiden optisten ominaisuuksien kuvaamiseen täytyy käyttää kahta eri taitekerrointa. Monimutkaisimmassa tapauksessa, jota ei tarkastella tässä yhteydessä, kiteellä voi olla kolmekin taitekerrointa. Tällaista ilmiötä sanotaan kahtaistaittumiseksi (engl. double refraction eli birefringence).

Valon käyttäytyminen kahtaistaittavassa kiteessä riippuu sen polarisaatiosta. Kohtisuoraan kiteen ns. optista akselia vastaan lineaarisesti polaroitunut valo käyttäytyy kuten normaalissa isotrooppisessa aineessa, ts. sen nopeus v ja taitekerroin $n = c/v$ ovat vakioita. Tällainen valo muodostaa ordinaari- eli yleissääntöisen säteen (O), jonka taitekerroin on suunnasta riippumatta n_O.

O-säteen polarisaatiosuuntaa vastaan kohtisuorassa suunnassa polaroitunut valo muodostaa ekstraordinaari- eli erikoissääntöisen säteen (E). Sen nopeus riippuu suunnasta siten, että pistemäisen lähteen aaltorintama on pyörähdysellipsoidin pinta, jonka pyörähdysakseli on kiteen optinen akseli. Tästä syystä E-säde ei noudata Snelliuksen lakia. E-säteen taitekerroin on optisen akselin suunnassa sama kuin O-säteellä ($n_{\parallel} = n_O$) ja se eroaa n_O:sta eniten optista akselia vastaan kohtisuorassa suunnassa, missä se on $n_{\perp} = n_E$. Esim. kalsiitilla $n_O = 1.658$ ja $n_E = 1.486$ aallonpituuden ollessa $\lambda = 589.3$ nm.

Polaroitumaton valo voidaan ajatella O- ja E-säteiden superpositioksi. Nämä säteet eroavat toisistaan, kun valo tunkeutuu kahtaistaittavaan kiteeseen. Tällä tavoin yhdestä polaroitumattomasta säteestä saadaan kaksi erillistä lineaarisesti polaroitunutta sädettä, joiden polarisaatiosuunnat ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

40.SP LASER

Sana LASER on muodostettu englanninkielisten sanojen Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation alkukirjaimista. Laser on siis valolähde, jonka toiminta perustuu valon vahvistamiseen säteilyn indusoidulla (eli stimuloidulla) emissiolla. Indusoitu emissio on yksi niistä kolmesta prosessista, joilla sähkömagneettinen vuorovaikutus voi aiheuttaa atomin,ionin, molekyylin tai muun kvanttisysteemin transition (eli siirtymisen) energiatilasta toiseen. Muut prosessit ovat spontaani emissio ja absorptio.

Säteilyn absorptio ja emissio

Energiatilassa 1 olevaan atomiin osuva säteily voi nostaa atomin korkeampaan energiatilaan 2, jos säteilyn taajuus on sopiva. Tämä on säteilyn absorptio, jossa atomi ottaa vastaan säteilyn yhden kvantin eli fotonin energian hf, missä h on Planckin vakio ja f on säteilyn taajuus. Kvantin energia $hf = E_2 - E_1$, missä E_1 ja E_2 ovat tilojen 1 ja 2 energiat.

Absorption todennäköisyys aikayksikössä on $B\rho$, missä B on tiloista 1 ja 2 riippuva kerroin ja ρ on säteilyn energiatiheys (J/m^3) taajuusyksikköä kohti transitiotaajuudella f.

Jos atomi on virittyneessä tilassa 2, voi tapahtua käänteinen prosessi, jossa säteily indusoi atomin transition takaisin tilaan 1.

Tämä on indusoitu emissio, jossa atomi luovuttaa säteilyyn yhden fotonin. Emittoitunut fotoni lähtee atomista yhdessä alkuperäisen (prosessin aiheuttaneen) fotonin kanssa ja on sen kanssa "samassa tilassa", sillä on sama taajuus, vaihe, etenemissuunta ja polarisaatiosuunta. Indusoidun emission todennäköisyys aikayksikössä on täsmälleen sama kuin absorption todennäköisyys, siis $B\rho$.

Atomi voi siirtyä tilasta 2 tilaan 1 myös spontaanisti, ilman siihen osuvan fotonin vaikutusta. Tämän spontaanin emission todennäköisyys aikayksikössä, A, ei riipu säteilyn energiatiheydestä ρ. Voidaan osoittaa, että tämä todennäköisyys on $A = B\rho_0$, missä $\rho_0 = 8\pi hf^3 / c^3$ on kaikkialla (säteilyttömässäkin alueessa) läsnäolevan perustilassa olevan sähkömagneettisen kentän ns. nollapistevärähtelyn energiatiheys taajuusyksikköä kohti. Näin ollen spontaani emissio on itse asiassa nollapistevärähtelyn aiheuttamaa indusoitua emissiota.

Spontaanin emission todennäköisyys on näkyvän valon alueella normaalisti suuruusluokkaa $A \approx 10^8$ s^{-1}, jolloin tilan 'spontaani' elinaika on $1/A \approx 10^{-8}$ s, ja kasvaa hyvin nopeasti transitiotaajuuden f kasvaessa. Eräillä ns. metastabiileilla tiloilla A on kuitenkin anomaalisen pieni, tyypillisesti suuruusluokkaa 10^3 s^{-1}. Näiden tilojen elinajat $1/A$ ovat luokkaa 10^{-3} s, siis hyvin paljon pitempiä kuin normaaleilla tiloilla. Tämä johtuu siitä, että ko. siirtymät eivät voi tapahtua normaalilla sähköiseen dipolivuorovaikutukseen perustuvalla mekanismilla, vaan kyseessä ovat paljon epätodennäköisemmät prosessit.

LASER-ilmiö

Jos tilassa 1 on N_1 atomia, aikayksikössä tapahtuu $N_1B\rho$ fotonin absorptiota eli atomin transitiota tilaan 2. Jos tilassa 2 on N_2 atomia, aikayksikössä tapahtuu $N_2B\rho$ indusoitua emissiota ja N_2A spontaania emissiota, siis yhteensä $N_2(A+B\rho)$ emissiota eli atomin transitiota tilaan 1.

Tasapainotilassa absorptioita on yhtä paljon kuin emissioita, joten $N_1B\rho = N_2(A+B\rho)$ ja $N_1/ N_2 = 1 + A / B\rho > 1$, ts. alemman tilan miehitys on spontaanin emission vuoksi suurempi kuin ylemmän tilan miehitys.

Tavallisen valolähteen valo muodostuu spontaanisti emittoituneista fotoneista, jotka ovat toisistaan riippumattomia.

Laser-ilmiössä valon fotonit syntyvät indusoidulla emissiolla ja ovat tästä syystä "samassa tilassa", joten laser-valo on hyvin koherenttia. Laser-valoa syntyy, kun atomit luovuttavat väliaineeseen enemmän fotoneja indusoidulla emissiolla kuin poistavat niitä absorptiolla, mikä tapahtuu kun $N_2 > N_1$. Ylemmällä energiatasolla täytyy siis olla enemmän miehitystä kuin alemmalla tilalla. Tällaista tilannetta sanotaan miehitysinversioksi (engl. population inversion), koska normaalitilanteessa lähellä termistä tasapainoa ylemmällä tilalla on aina vähemmän miehitystä.

Laservaloa syntyy siis itsestään aineessa, jossa vallitsee miehitysinversio. Miehitysinversion luomiseksi aine on poikkeutettava jollakin prosessilla tarpeeksi kauas termisestä tasapainotilasta. Se on mahdollista käyttämällä hyväksi metastabiilia tilaa, josta systeemi palaa hyvin hitaasti tasapainoon spontaaneilla emissioilla.

Rubiini-laser oli ensimmäinen toteutus, jonka teki T.H. Maiman v. 1960. Sen laser-ilmiö perustuu synteettisessä rubiinissa ($Al_2O_3 + 0.05\ \%\ Cr_2O_3$) olevien Cr^{3+}-ionien energiatiloihin. Rubiini-laser on kolmitasoinen, jossa perustilassa 1 olevat atomit viritetään ensin tilaan 3, josta ne siirtyvät nopeasti metastabiilille tilalle 2. Koska ne pysyvät tässä tilassa hyvin pitkään, tilojen 1 ja 2 välille muodostuu miehitysinversio. Ionien viritys perustilalta lyhytikäiselle tilalle 3 tapahtuu ns. optisella pumppauksella. Ionit absorboivat rubiinista tehtyä sauvaa ympäröivästä Xe-purkauslampusta voimakkaana valopulssina tulevia fotoneita, joiden aallonpituus on noin 550 nm. Tilasta 3 tapahtuu nopeasti siirtymä metastabiilille tilalle 2, jonka elinaika on 3 ms. Transitio on säteilemätön, ts. siinä vapautuva energia ei poistu säteilynä, vaan menee kidehilaan ja nostaa sen lämpötilaa. Laser-ilmiö tapahtuu tasojen 2 ja 1 välillä. Rubiini-laserin aallonpituus on 694.3 nm (punainen).

He–Ne-kaasulaser on nelitasoinen. Se perustuu helium- ja neon-kaasujen seokseen "purkauslampussa", johon energia tuodaan siis sähköpurkauksen avulla. He-atomit virittyvät törmäyksissään elektronien kanssa tilaan 1, jonka jälkeen Ne-saavat tämän energian törmäyksissään He-atomien kanssa. Ne-atomeissa metastabiilin tilan 2 ja lopputilan 4 välissä on lyhytikäinen tila 3. Koska tilan 3 miehitys purkautuu nopeasti tilaan 4, tilojen 2 ja 3 välille muodostuu miehitysinversio. He–Ne-laserin aallonpituus on 632.8 nm (punainen).

Väliaineen kvanttitilat (tavallisesti atomeissa) voidaan virittää useilla eri tavoilla. Eräitä tavallisimpia tapoja ovat

- optisella pumppauksella eli atomeihin kohdistettavalla valolla, esim. rubiini-laser, tai
- elektronivirityksellä eli elektroneilla, jotka törmäävät atomeihin sähköpurkauksen aikana kaasu-lasereissa, tai
- atomien törmäyksillä sähköpurkauksessa virittyneillä atomeilla, jotka törmäävät perustilassa oleviin atomeihin ja luovuttavat niille viritysenergiansa, esim. He–Ne-laser, tai
- sähköjännitteellä puolijohde- eli diodi-lasereissa.

LASER-laitteen toiminta

Laser-ilmiön väliaineeseen synnyttämä laservalo vahvistetaan ja suunnataan yhdensuuntaiseksi säteeksi laser-laitteessa. Tämä tehdään siten, että laserväliaine on sijoitettu kahden tarkasti yhdensuuntaisen taso- tai pallopeilin väliin. Tällöin laserin akselin suunnassa liikkuvat fotonit heijastuvat peilien välissä useita kertoja edestakaisin. Niiden määrä lisääntyy indusoitujen emissioiden ketjureaktion takia nopeasti, joten akselin suuntainen säde vahvistuu hyvin voimakkaasti. Samanlaista vahvistumista ei tapahdu muissa suunnissa, joissa fotonit karkaavat väliaineesta.

Peilit muodostavat resonaattorin, johon syntyy heijastuvien aaltojen resonanssin takia seisova aalto. Resonanssin ehtona on, että aallot etenevät laserin akselin suunnassa ja niiden aallonpituus on $\lambda_n = 2L / k$, missä L on resonaattorin pituus eli peilien välinen etäisyys ja $k = 1, 2, 3, \ldots$. Jos laserväliaineen taitekerroin on n, aallonpituus on $\lambda_n = \lambda_0/n = c / nf$, missä $\lambda_0 = c/f$ on aallonpituus tyhjiössä ja f on aallon taajuus. Resonaattorin normaalimuotojen taajuudet ovat siten

$$f = kc / 2nL.$$

Resonassin takia lasersäteen aallonpituusjakautuma (spektri) muodostuu yhdestä tai useammasta (esim. kolmesta) äärimmäisen kapeasta viivasta, ns. "moodista" (engl. mode), jotka vastaavat resonanssitaajuuksia. Laserin yhden moodin valo on siis hyvin monokromaattista.

Jotta lasersäde voisi edetä resonaattorin ulkopuolelle, toinen peili on osittain valoa läpäisevä. Esim. rubiini-laserissa rubiinisauvan päät on hiottu yhdensuuntaisiksi ja päällystetty alumiinilla, joten ne toimivat peileinä, joista toinen on osittain läpäisevä.