Kontribuutio go-pelin omituisten sääntöformulointien jaloon lajiin

Tuomas Korppi

1 Johdanto

Tämän tekstin tarkoituksena on soveltaa topologista viitekehystä sellaisten gopelin käsitteiden kuten kiviryhmä ja ympäröity alue käsittelyyn. Yleensä eimatemaattisissa teksteissä nämä käsitteet on selitetty niin epätarkasti, että lukijan täytyy katsoa esimerkkejä saadakseen varmuuden siitä, mitä ajetaan takaa. Toisaalta matemaattisen eksaktit määrittelyt ilman kunnollista käsitekehikkoa ovat turhan raskaita. Tämän havainnollistamiseksi olen kirjoittanut myös "tyhjän päälle" annetut määritelmät.

Eräs välimuoto edellisten välillä olisi määritellä topologiset käsitteet erikoistapauksena graafeille, ja sen pohjalta antaa suunnilleen yhtä kevyt luonnehdinta gon säännöille kuin tässä dokumentissa. Kuitenkin matemaattista mieltä kiinnostaa kysymys siitä, että mitä yhteistä on yhtenäisyydellä topologiassa ja gopelin yhtenäisillä ryhmillä. Tähän kysymykseen tämä dokumentti antaa hyvin kauniin vastauksen.

Jotta ryhmät voitaisiin lopuksi vangita menettämättä pisteitä, muotoilemme säännöt kiinalaiselle muunnelmalle. Eräs merkittävä seuraus säännöistä on se, että oman tai vastustajan alueen täyttöä on käytettävä ko-uhkauksena kuolleiden mutta koita sisältävien ryhmien lopulliseen tappamiseen. Syy tällaiseen sääntövalintaan on yksinkertaisuus. Haluan keskittyä tässä tekstissä topologiseen puoleen, ja jättää yllämainittujen kaltaiset tilanteet vähemmälle huomiolle. Toinen merkittävä seuraus säännöistä on se, että sekissä olevista silmistä saa pisteitä.

Koska topologia ei toimi tyydyttävästi äärellisissä tapauksissa kuten golaudalla, joudumme yleistämään topologisen avaruuden käsitettä. Tyydyttävän yleistyksen tarjoaa Eduard Čechin kirjassa *Topological Spaces* esitetty sulkeuma-avaruuden käsite. Sellaiset käsitteet kuten joukon yhtenäisyys ja yhtenäinen komponentti voidaan määritellä jo sulkeuma-avaruudelle.

2 Matemaattiset taustatiedot

Määritelmä 1 *Sulkeuma-avaruus on pari* (X, cl), *missä* X *on joukko ja* $\mathrm{cl}\colon \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(X)$ *toteuttaa seuraavat ehdot*

- $\mathrm{cl}\,\emptyset = \emptyset$
- $A \subset \mathrm{cl}\,A$
- $\mathrm{cl}(A \cup B) = (\mathrm{cl}\,A) \cup (\mathrm{cl}\,B)$

kaikille $A, B \subset X$.

Huomautus 2 *Sulkeuma-avaruus* (X, cl) *on topologinen avaruus, jos se toteuttaa lisäksi ehdon*

- $\mathrm{cl}\,\mathrm{cl}\,A = \mathrm{cl}\,A$

kaikille $A \subset X$.

Määritelmä 3 *Olkoon* (X, cl) *sulkeuma-avaruus, ja olkoon* $A \subset X$. *Kun puhumme joukosta* A *aliavaruutena, oletamme, että se on varustettu sulkeumaoperaattorilla* cl_A, *joka toteuttaa* $\mathrm{cl}_A\, B = (\mathrm{cl}\, B) \cap A$ *kaikille* $B \subset A$.

Määritelmä 4 *Sulkeuma-avaruus* (X, cl) *on yhtenäinen jos ja vain jos ei ole olemassa sellaista joukon* X *ositusta* U, V, *että* $(\mathrm{cl}\, U) \cap (\mathrm{cl}\, V) = \emptyset$.

Olkoon $A \subset X$. *Määrittelemme, että* A *on* X*:n yhtenäinen komponentti, jos ja vain jos* A *on yhtenäinen aliavaruutena, ja lisäksi ei ole olemassa sellaista yhtenäistä aliavaruuta* $B \subset X$, *että* $A \subsetneq B$.

3 Säännöt

Määritelmä 5 *Go-lauta* $(\mathbb{B}, \mathrm{cl})$ *on sulkeuma-avaruus*

$$\mathbb{B} = \{x_{i,j} \mid i, j \in \{1, 2, \ldots, 19\}\},$$

jossa $x_{i,j}$*:t ovat erillisiä pisteitä. Sulkeumaoperaattori* cl *on se yksikäsitteinen sulkeumaoperaattori, joka toteuttaa*

$$\mathrm{cl}\{x_{i,j}\} = \{x_{i',j'} \in \mathbb{B} \mid |i - i'| + |j - j'| \leq 1\}$$

kaikille $x_{i,j} \in \mathbb{B}$.

Vaihtoehto 6 *Go-lauta* $\mathbb{B}$ *on joukko*

$$\mathbb{B} = \{x_{i,j} \mid i, j \in \{1, 2, \ldots, 19\}\},$$

jossa $x_{i,j}$*:t ovat erillisiä pisteitä. Pisteet* $x_{i,j}$ *ja* $x_{i',j'}$ *ovat vierekkäin, jos ja vain jos* $|i - i'| + |j - j'| = 1$.

Sääntö 1 (pelin kulku) Gota pelaa kaksi pelaajaa, musta ja valkoinen. Peli alkaa tyhjältä go-laudalta. Pelaajat asettavat vuorotellen oman värisiään kiviä laudan tyhjiin pisteisiin. Musta pelaa ensin. Ainoa rajoitus kiven asettamisessa on ko-sääntö (Sääntö 3). Jos pelaaja ei halua pelata, hän voi passata. Kaksi peräkkäistä passausta päättää pelin.

Määritelmä 7 *Olkoon* t *hetki pelissä. Merkitsemme, että* $B_t \subset \mathbb{B}$ *on niiden pisteiden joukko, joissa on musta kivi hetkellä* t. *Vastaavasti* W_t *on niiden pisteiden joukko, joissa on valkoinen kivi hetkellä* t, *ja* E_t *on niiden pisteiden joukko, jotka ovat tyhjiä hetkellä* t.

Mikäli hetki t *selviää kontekstista, jätämme alaindeksin merkitsemättä edeltävissä merkinnöissä.*

Määritelmä 8 *Olkoon t hetki pelissä. Musta [valkea] ryhmä takoittaa aliavaruuden B [W] yhtenäistä komponenttia. Ryhmä G on ympäröity, jos ja vain jos $E \cap \mathrm{cl}_{\mathbb{B}}\, G = \emptyset$.*

Vaihtoehto 9 *Olkoon t hetki pelissä. Laudan pisteessä x_{i_0,j_0} oleva musta [valkea] kivi on kuuluu ympäröityyn ryhmään, jos ja vain jos ei ole olemassa sellaista luonnollista lukua n ja jonoa $x_{i_0,j_0}, x_{i_1,j_1}, \ldots, x_{i_n,j_n}$, että $x_{i_m,j_m} \in B$ [$x_{i_m,j_m} \in W$] kaikilla $m < n$, ja $x_{i_n,j_n} \in E$, ja lisäksi x_{i_m,j_m} ja $x_{i_{m+1},j_{m+1}}$ ovat vierekkäisiä pisteitä kaikilla $m < n$.*

Sääntö 2 (Vangitseminen) Jos pelaajan vuoron jälkeen vastustajan ryhmiä on ympäröity, kivet jotka muodostavat kyseiset ryhmät poistetaan laudalta. Jos *vielä tämän jälkeen* pelaajan omia ryhmiä on ympäröity, myös ne poistetaan laudalta.

Sääntö 3 (Ko) Olkoon t hetki pelissä viimeisimmän siirron jälkeen. Jos jollekin t', missä t' on hetki pelissä saman pelaajan aikaisemman siirron jälkeen, pätee $B_t = B_{t'}$ ja $W_t = W_{t'}$, niin tällöin viimeisin siirto on kielletty. Pelaajan tulee tehdä tämän siirron sijaan jokin toinen siirto tai passata.

Määritelmä 10 *Olkoon t hetki pelin päätyttyä. Mustan [valkean] saavutettavissa olevien pisteiden joukko on $\bigcup_{U \in \mathfrak{U}} U$, missä $\mathfrak{U}$ on niiden avaruuden $\mathbb{B} \setminus W$ [$\mathbb{B} \setminus B$] yhtenäisten komponenttien joukko, jotka sisältävät mustia [valkeita] kiviä.*

Mustan [valkean] alue on joukko $A_B = \mathbb{B} \setminus R_W$ [$A_W = \mathbb{B} \setminus R_B$].

Vaihtoehto 11 *Olkoon t hetki pelin päätyttyä. Piste x_{i_0,j_0} on mustan [valkean] saavutettavissa, jos ja vain jos on olemassa $n \in \mathbb{N}$ ja jono $x_{i_0,j_0}, x_{i_1,j_1}, \ldots, x_{i_n,j_n}$ siten, että $x_{i_m,j_m} \in E$ kaikilla $m < n$, $x_{i_n,j_n} \in B$ [$x_{i_n,j_n} \in W$] ja lisäksi x_{i_m,j_m} ja $x_{i_{m+1},j_{m+1}}$ ovat vierekkäisiä pisteitä kaikilla $m < n$.*

Mustan [valkean] alue A_B [A_W] on niiden pisteiden joukko, jotka eivät ole valkean [mustan] saavutettavissa.

Sääntö 4 (Voittaminen) Mustan pistemäärä on $|A_B|$ ja valkean pistemäärä on $|A_W| + 5.5$. Se pelaaja voittaa, jolla on korkeampi pistemäärä.